Локально-рекурсивные нелокально-асинхронные (LRnLA) алгоритмы решения эволюционных задач моделирования среды

Левченко В.Д.,
Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН,
125047, Москва, Миусская пл., д 4, lev@Keldysh.ru

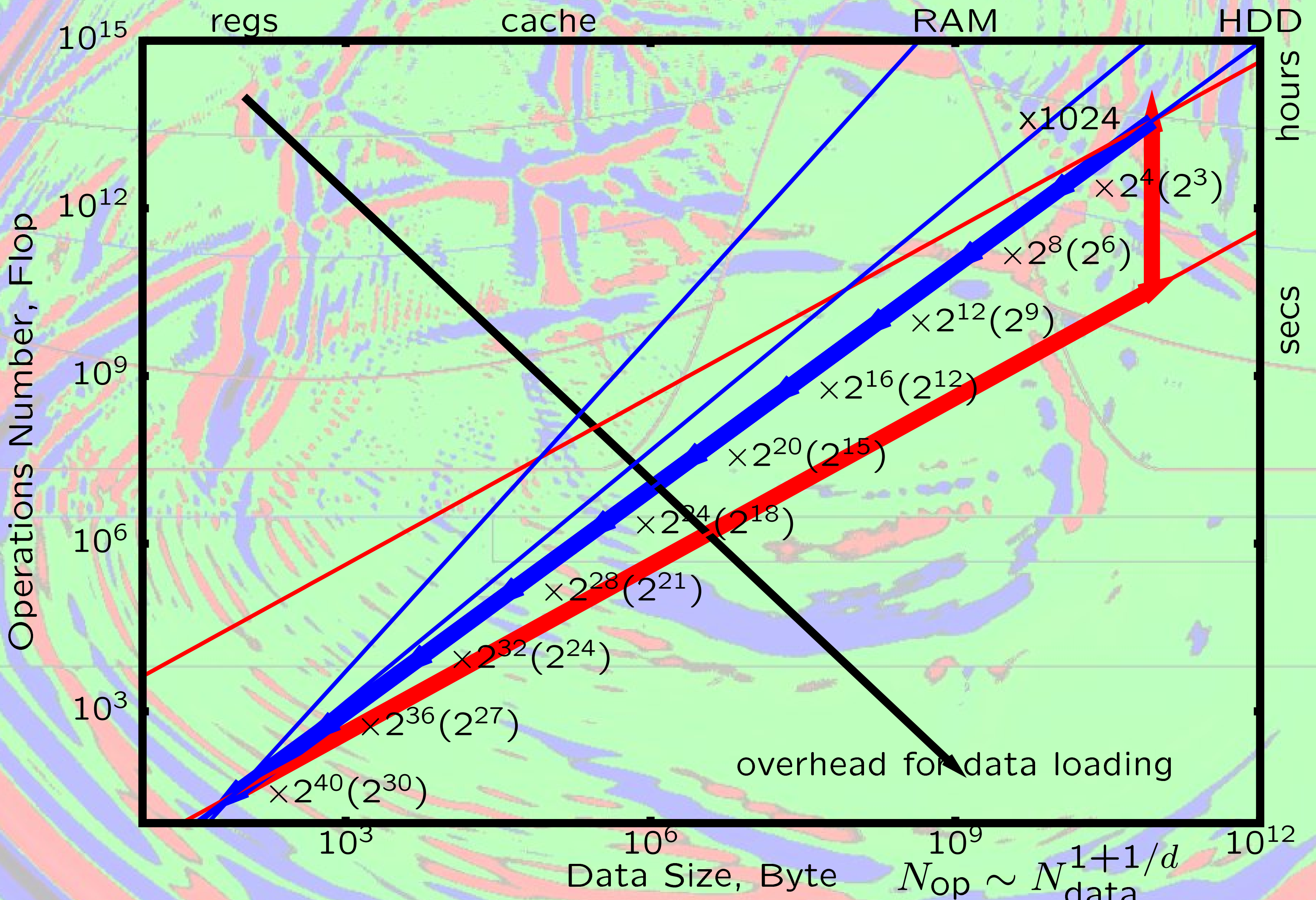
Дубна, 30 июня–4 июля 2008 г.

LRnLA алгоритмы реализованы в задачах:

- взаимодействие мощного лазерного излучения с веществом, самосогласованная система уравнений Власова—Максвелла, метод PIC;
- моделирование фотонных кристаллов, Уравнения Максвелла в неоднородной среде, метод FDTD;
- динамика нанодоменов в тонкослоистых магнетиках, Уравнения Ландау–Лифшица для системы взаимодействующих магнитных моментов; модифицированный метод PK4.
- динамика электронов в устройствах спинтроники. Уравнения Паули с членом Рашба (пара связанных уравнений Шредингера для спинорной ψ–функции);
- моделирование волнового поля упругих волн в геосредах, Полная система уравнений упругости для неоднородной неизотропной упругой среды.

Сложность алгоритмов

(соотношение размера данных и числа операций):

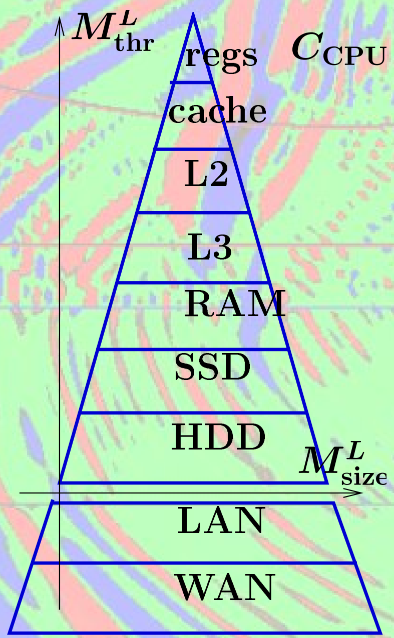


вычисления

последовательные параллельные распределенные

адаптация

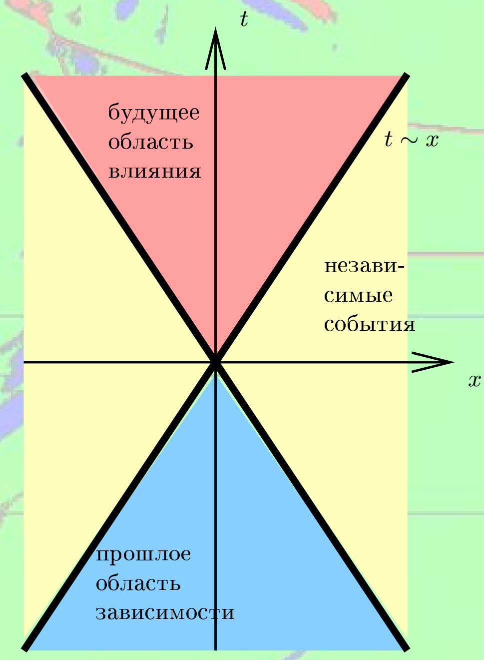
LRnLA



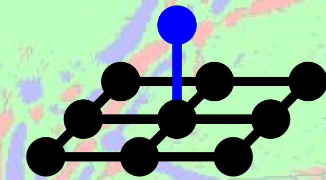
$$\frac{C}{C_{\rm CPU}(d+1)}\sqrt[d]{\frac{M^{\rm L}_{\rm size}}{S}} > \frac{S}{M^{\rm L}_{\rm thr}},$$

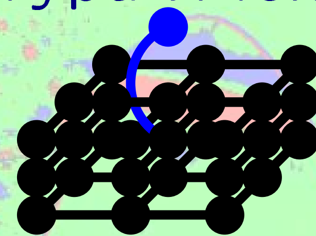
$$\frac{M^{\rm L}_{\rm thr}\sqrt[d]{M^{\rm L}_{\rm size}}}{C_{\rm CPU}} > \frac{(d+1)S\sqrt[d]{S}}{C}.$$

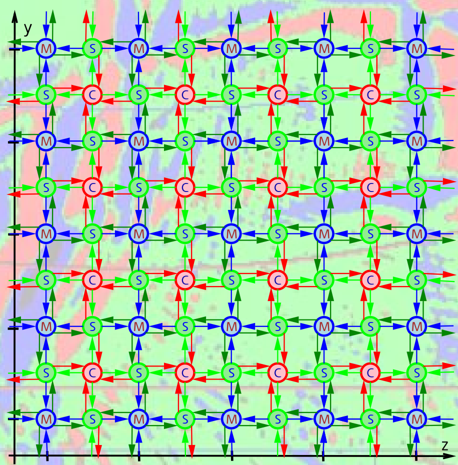
$$E \equiv \frac{N_{\rm op}}{T_{\rm problem}C_{\rm CPU}} \simeq \frac{1}{2}$$

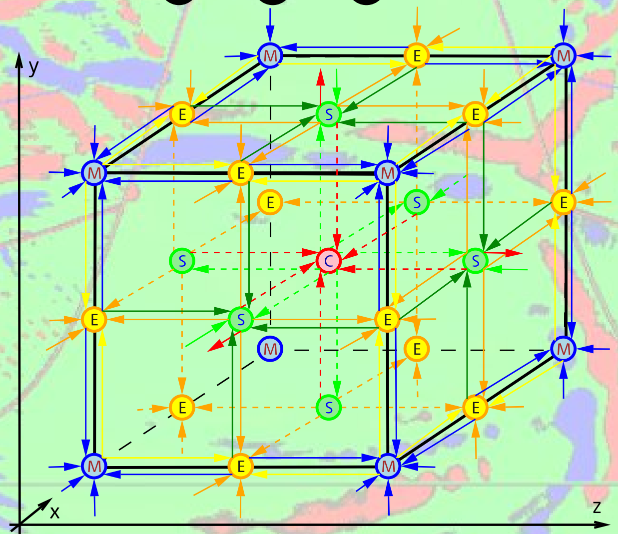


Организация данных. Структура ячейки





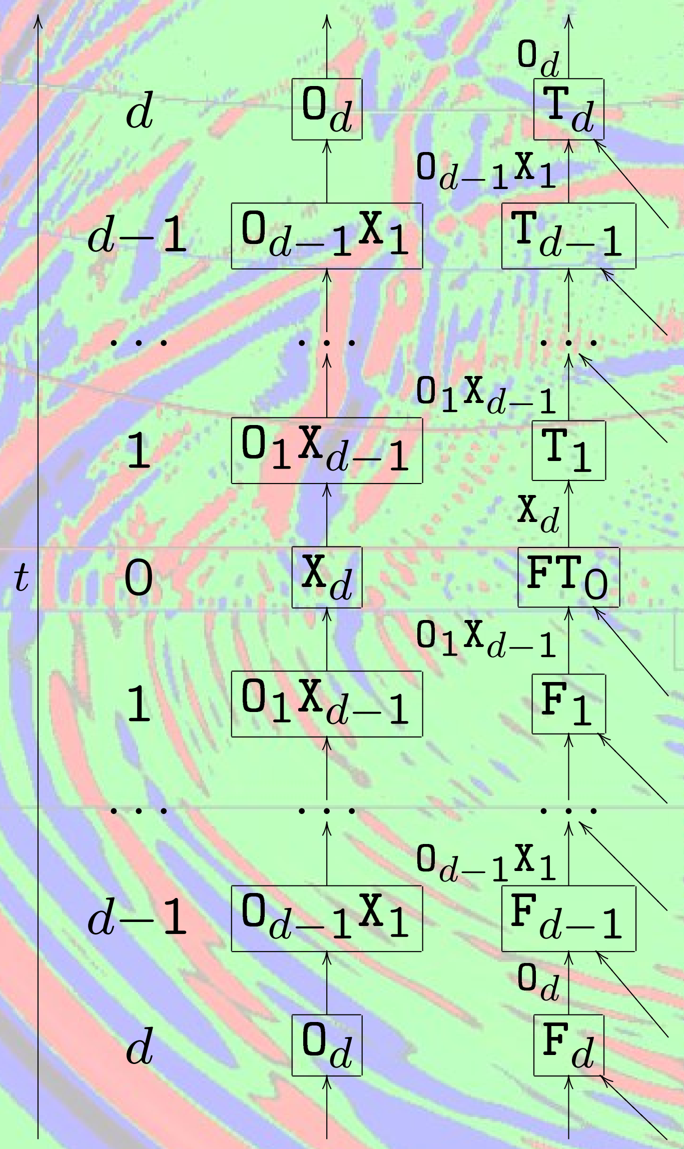


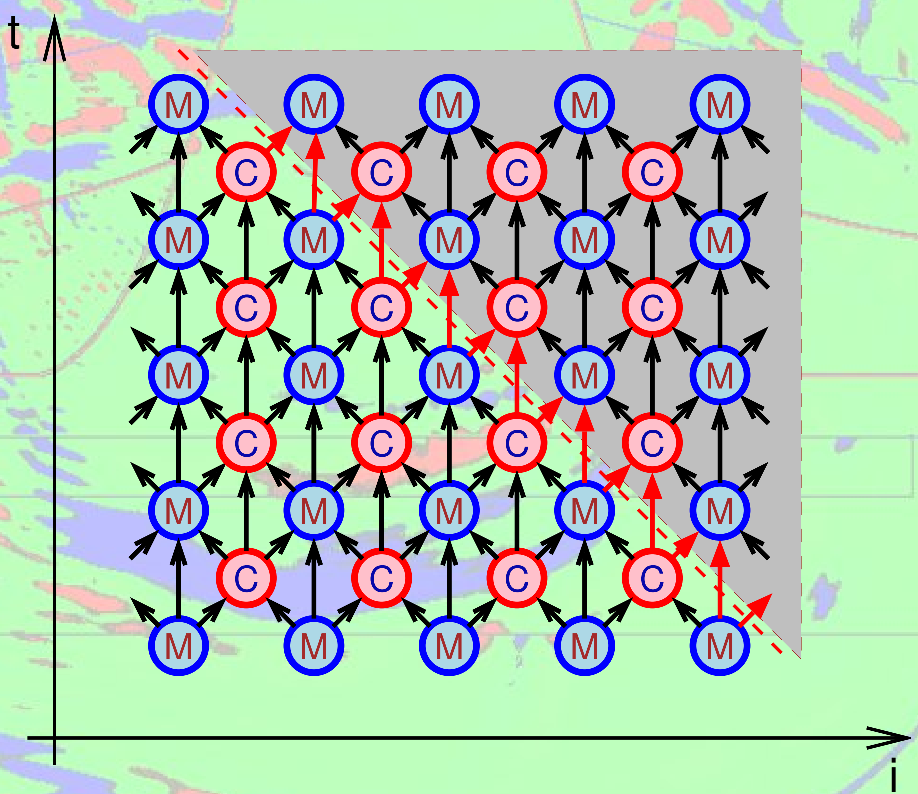


d	имя	P_d	тип	перестановки	data	
0	Mesh	1	X_3	XXX	K[8]	$(\rho,\mu,\lambda,\kappa)\vert_{\vec{x}}$
1	Edge	3	X_2O	OXX,XOX,XXO	Ti	τ_i
2	Side	3	XO_2	XOO,OXO,OOX	Vi	v_i
3	Cell	1	O_3	OOO	Si[3]	σ_i

$$P_d(\mathtt{O}_d\mathtt{X}_{D-d}) \equiv P(d, D-d)$$

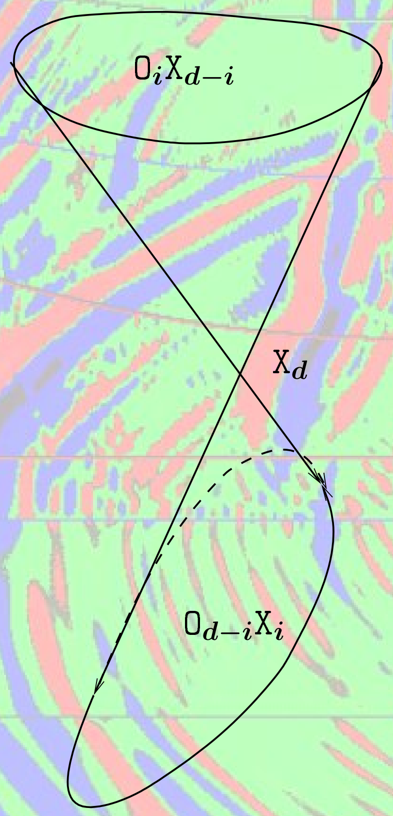
Порядок зависимостей данных
(граф зависимостей на микроуровне)

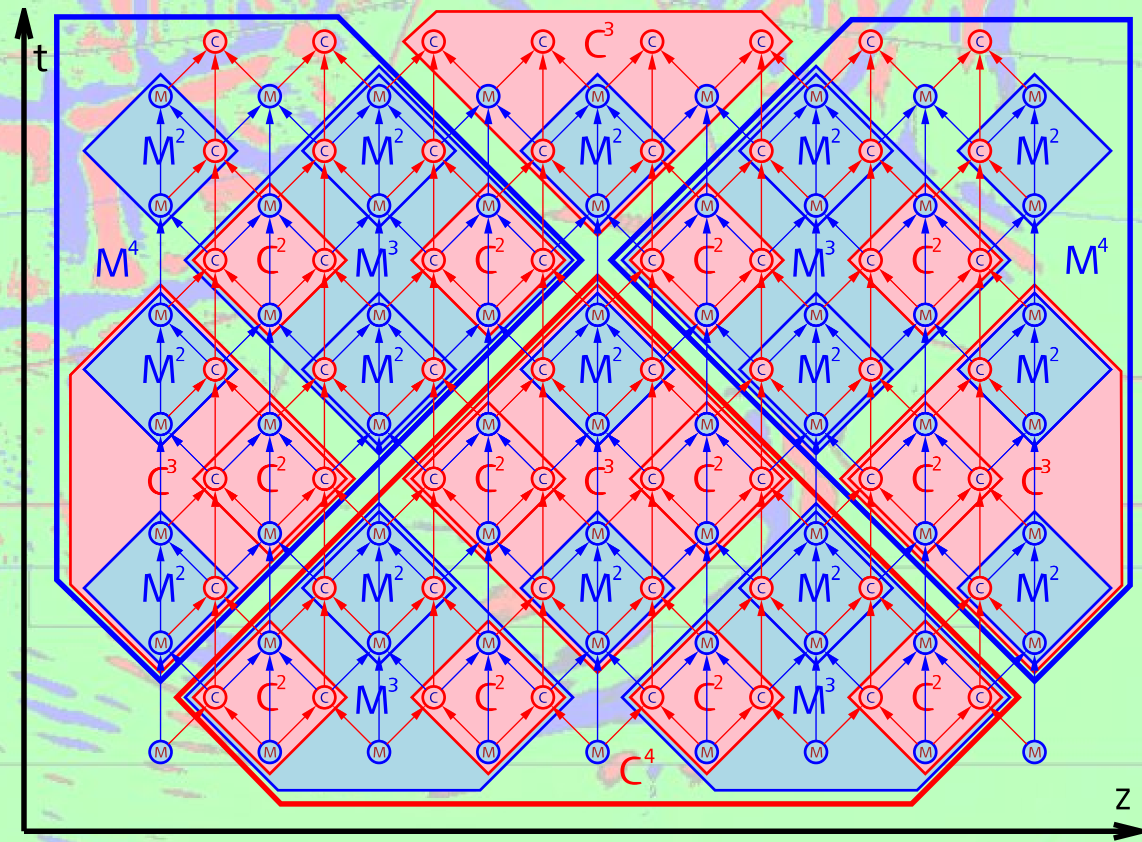




Рекурсивная композиция данных

Рекурсивная декомпозиция вычислений





$(d-i)\lessgtr i$. Базовый элемент разбиения (конусоид) $\mathtt{O}_{d-i}\mathtt{X}_i \oplus \mathtt{O}_i\mathtt{X}_{d-i} \to \mathtt{O}_d$

Рекурсивная декомпозиция графа зависимостей для 1D КлА. Показано 4 итерации рекурсии (уровня) — $(\mathtt{M},\mathtt{C}) \equiv (\mathtt{M}^1,\mathtt{C}^1),(\mathtt{M}^2,\mathtt{C}^2),(\mathtt{M}^3,\mathtt{C}^3),(\mathtt{M}^4,\mathtt{C}^4)$.

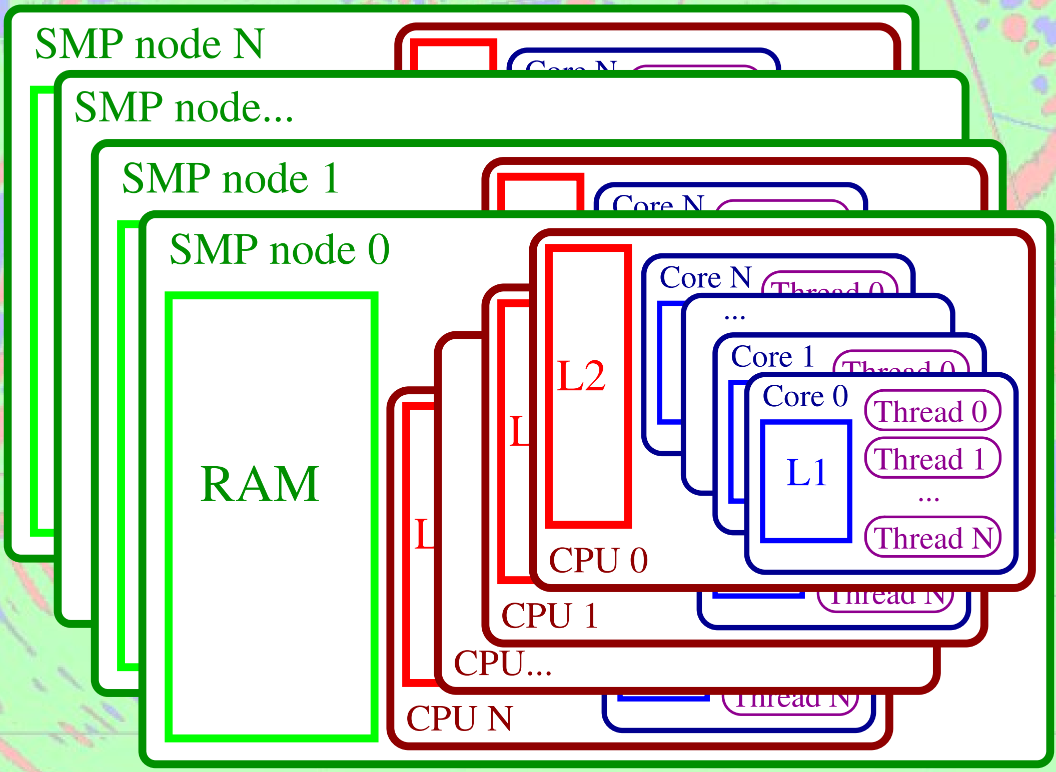
Общая формула алгоритма

Условная запись алгоритма разбиения $d+1$-мерного пространства–времени модели на конусоиды зависимости–влияния.

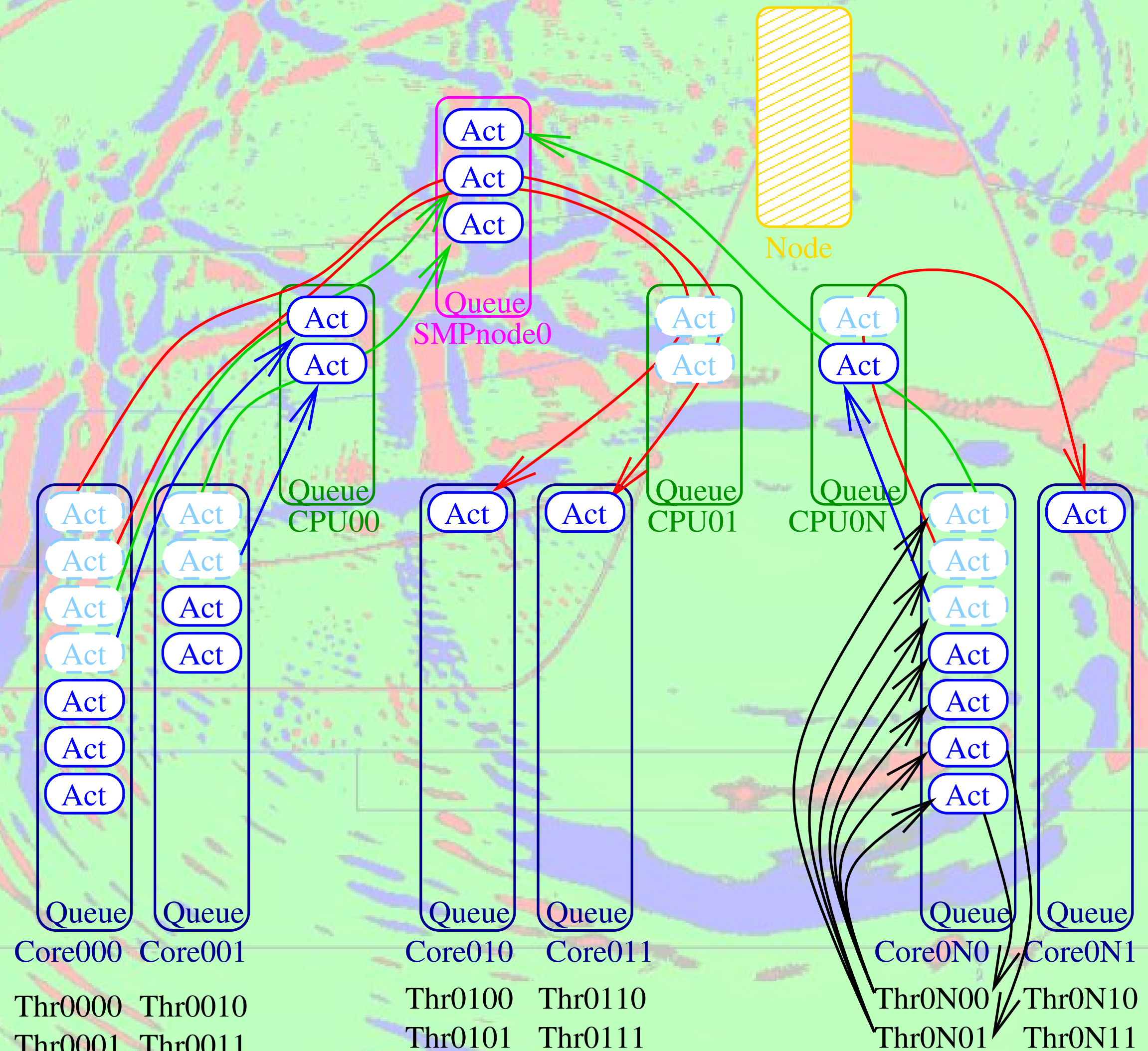
$$d-i,\ldots,0,\ldots,i; \qquad (d-i)\lessgtr i; \qquad \forall i\in 0,\ldots,d$$

$$j,\ldots,0,\ldots,d-j; \qquad j\lessgtr(d-j); \qquad \forall j\in d,\ldots,0$$

Реализация



Программная модель вычислительной системы с учетом иерархии подсистемы памяти



Иерархическое асинхронное управление заданиями с автоматической локализацией данных и балансировкой вычислений

Выводы

- Представлена методология рекурсивной композиции элементарных операций численной схемы, обеспечивающая автоматическую локализацию данных на всех уровнях подсистемы памяти вычислительной системы, что обеспечивает легко прогнозируемую эффективность вычислений на широком классе современных компьютеров, близкую к максимально достижимой для многих актуальных задач.
- Получена простая формула, кодирующая вышеназванный алгоритм локальной рекурсии, и ее обобщение, задающее алгоритм нелокальной декомпозиции рассмотренного графа зависимостей на асинхронные подзадачи с учетом выполнения всех зависимостей по данным.
- В силу асинхронности, эти подзадачи, каждая из которых обрабатывает подмножество данных небольшого размера, могут эффективно выполняться на распределенных вычислительных системах, включая неоднородные.